Univerzitet u Zenici
Ekonomski fakultet
Zenica, 29.11.2010.

Parcijalni ispit iz predmeta Matematika

GRUPA A

1. Dokazati matematičkom indukcijom da važi: $100 \mid 7+7^2+7^3+\ldots+7^{4n}$, $n \in \mathbb{N}$.
2. Odrediti sve kompleksne brojeve z čiji je argument $\arg(z)=\dfrac{5\pi}{4}$ i $|z+2|=3$.
3. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:
$$\begin{aligned} (a+1)x+2y+3z&=0 \\ x+(a+2)y+3z&=0 \\ x+2y+(a+3)z&=0. \end{aligned}$$
4. Izračunati limese: $L_1=\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{(n+1)^6-(n-2)^6}{3n^5+2n^4-n^3+1}\right]$ i $L_2=\lim\limits_{n\to\infty} n\left(1-\sqrt[3]{1-\dfrac{1}{n}}\right)$.

GRUPA B

1. Izračunati x ako je četvrti član u razvoju binoma $\left(10^{\log\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt[\log x]{10}}\right)^7$ jednak 3500000.
2. Napisati brojeve $z_1=1+\cos\alpha+i\sin\alpha$, $z_2=1+\cos\alpha-i\sin\alpha$, $z=\dfrac{z_1}{z_2}$ u trigonometrijskom obliku. Razlikovati dva slučaja: $\alpha\in(0,\pi)$ i $\alpha\in(\pi,2\pi)$.
3. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:
$$\begin{aligned} x+(2+m)y-z&=0 \\ (2+m)x+y-z&=1 \\ x+y-(2+m)z&=m+3. \end{aligned}$$
4. Izračunati limese: $L_1=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1-n)^4+(2-n)^4}{n\left[(1-n)^3-(1+n)^3\right]}$ i $L_2=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+\sqrt{n+\sqrt{n}}}-\sqrt{n}\right)$.

GRUPA C

1. Dokazati matematičkom indukcijom da važi: $10 \mid \left(2n^5+5n^4+3n\right),\ n\in\mathbb{N}$.
2. Izračunati sve vrijednosti korjena $\sqrt[4]{z}$, ako je
   $z=\left(2+i\sqrt{12}\right)(1-i)\left(2\sqrt{2}\cos\frac{11\pi}{12}+i\sqrt{8}\sin\frac{11\pi}{12}\right)$.
3. Odrediti vrijednost parametra k tako da vektori $\mathbf{a}=(k,1-k,k)$, $\mathbf{b}=(2k,2k-1,k+2)$, $\mathbf{c}=(-2k,k,-k)$ budu linearno zavisni i za najveću dobijenu cjelobrojnu vrijednost parametra k, napisati vektor **b** kao linearnu kombinaciju vektora **a** i **c**.
4. Izračunati limese: $L_1=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+2)!-(n+1)!}$ i $L_2=\lim\limits_{n\to\infty}\left(n\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{2n^3+5n^2-7}\right)$.

GRUPA D

1. Za koje x je četvrti član razvoja binoma $\left(\sqrt{2^{x-1}}+\frac{1}{\sqrt[3]{2^x}}\right)^n$ jednak $20n$, ako je binomni koeficijent četvrtog člana pet puta veći od binomnog koeficijenta drugog člana.
2. Riješiti jednačinu $z^4+2z^2+4=0$ u skupu kompleksnih brojeva.
3. Diskutovati rang matrice u zavisnosti od parametra $A=\begin{bmatrix}8-\lambda & 2 & 3 & \lambda\\ 1 & 9-\lambda & 4 & \lambda\\ 1 & 2 & 10-\lambda & \lambda\\ 1 & 2 & 3 & \lambda\end{bmatrix}$.
4. Izračunati limese: $L_1=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+3)!}{(n+2)!+(n+4)!}$ i $L_2=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[4]{n^4+4n^3+4n^2+4n+1}-n\right)$.